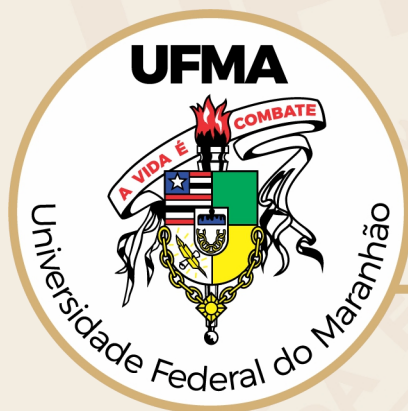




dted

DIRETORIA DE TECNOLOGIAS
NA EDUCAÇÃO

Estrutura de dados: Árvores

Sérgio Souza Costa

Estrutura de Dados (ED)

Definição: organização de dados e operações (algoritmos) que podem ser aplicados sobre esses dados como forma de apoio à solução de problemas. Podem ser utilizadas para representar TADs em alguma linguagem de programação.

Exemplos de EDs:

Pilhas

Filas

Listas lineares

Árvores

...

Árvores

Estruturas não-lineares:

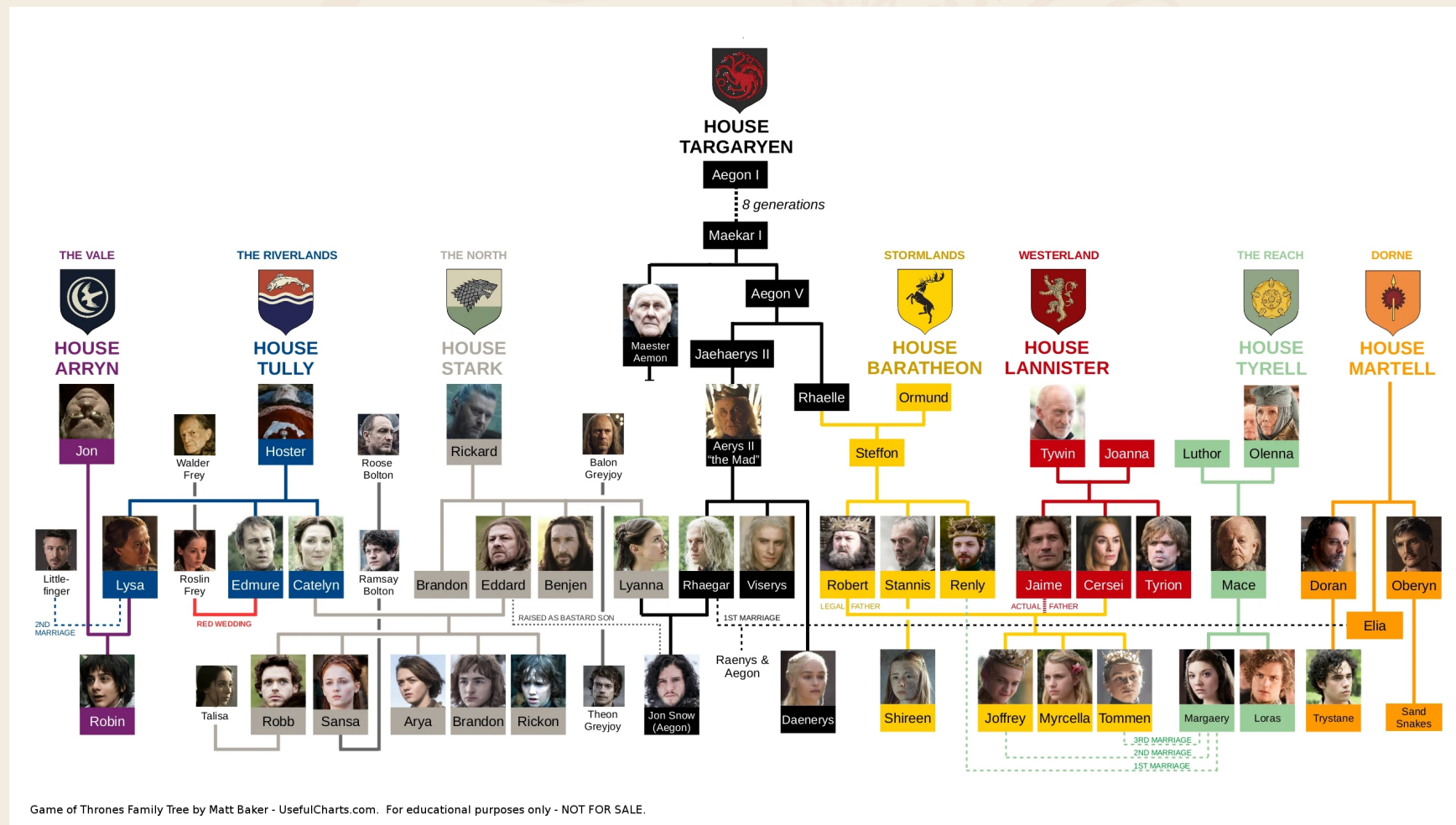
Estrutura em grafos

Estrutura em árvores

Estrutura em árvore: organização dos dados de forma não-linear, mantendo um relacionamento hierárquico entre os elementos.

Árvores: exemplo

Árvore genealógica



Fonte | <https://usefulcharts.com/blogs/charts/game-of-thrones-family-tree>

Árvores: exemplo

Organização de um livro

1. Livro XYZ

1.1 Cap. 1

1.1.1 Seção 1

1.1.2 Seção 2

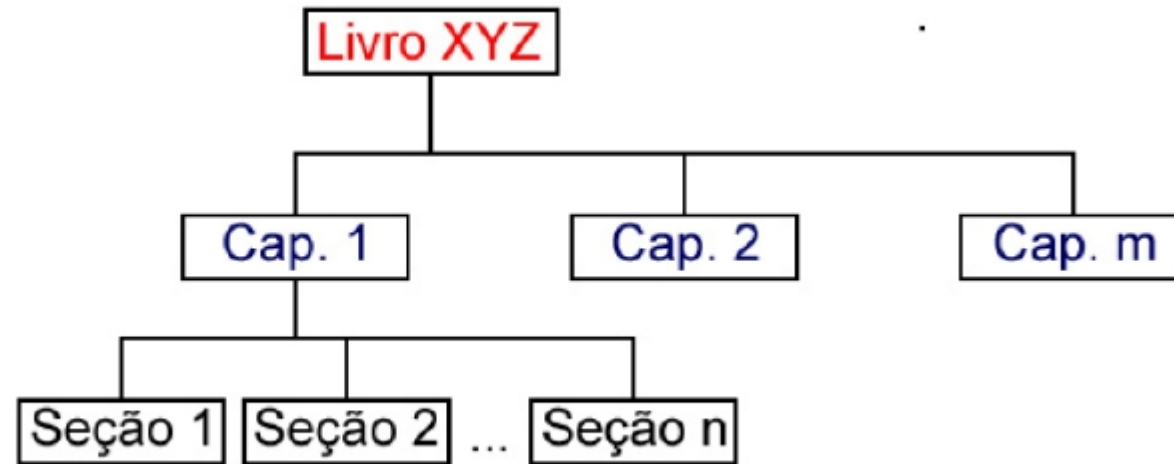
...

1.1.n Seção n

1.2 Cap. 2

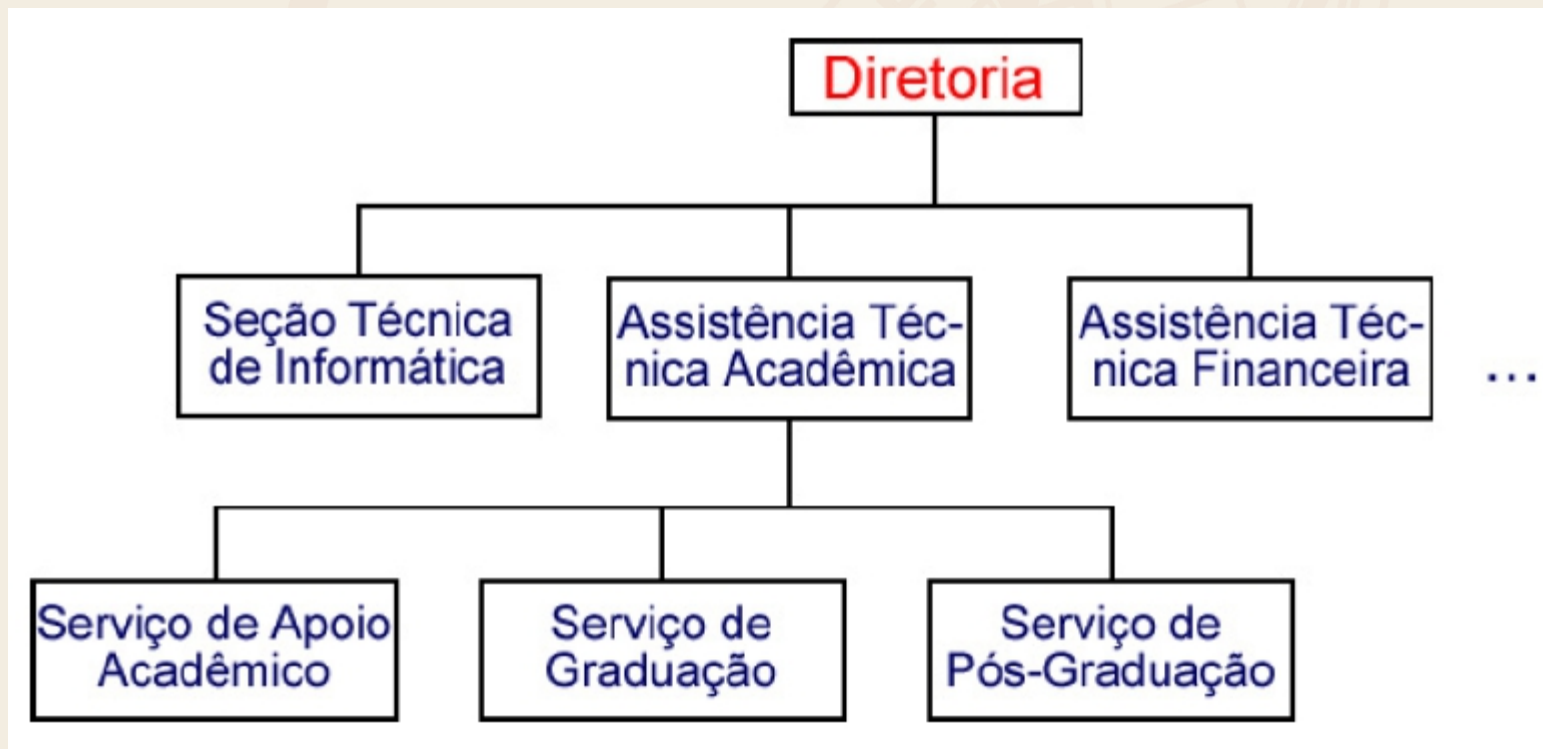
...

1.m Cap. m

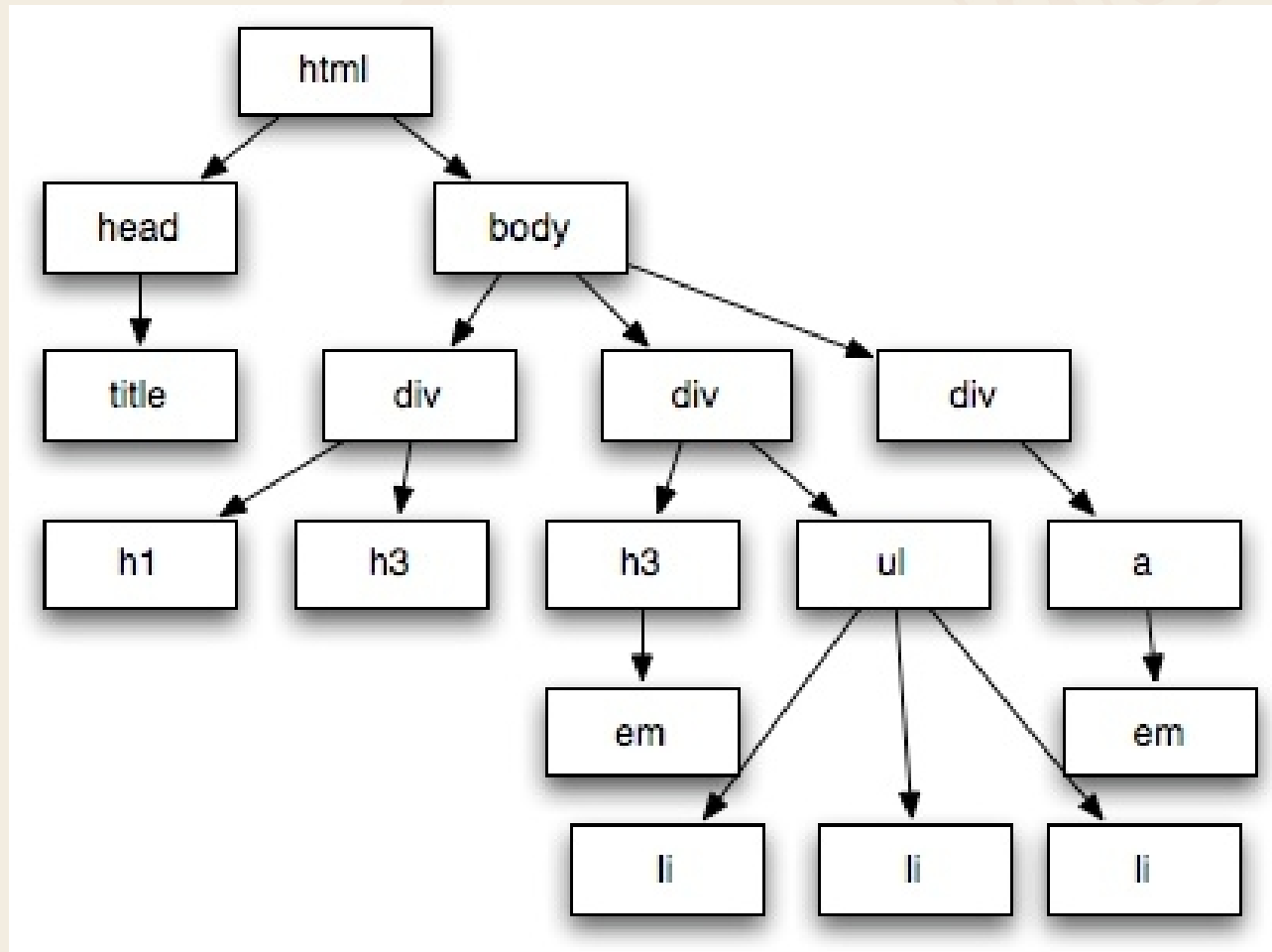


Árvores: exemplo

Organograma de um instituto acadêmico



Árvores: exemplo



Estrutura de um documento HTML

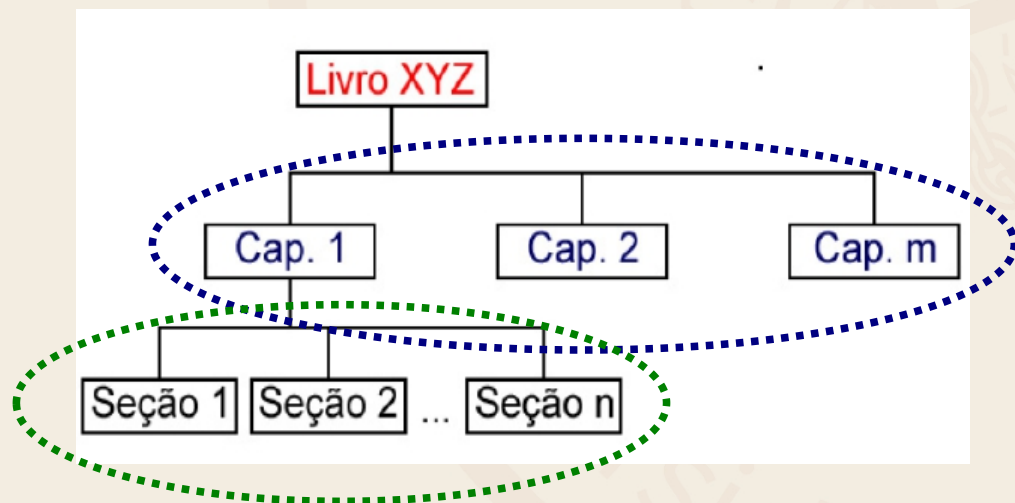
Árvores: vantagens

Conceitual: representa relacionamentos entre os dados

- Indica como os dados estão associados

Computacional: favorece a manipulação dos dados

- Facilita a extração de informação na estrutura
- Enfoque apenas nas regiões de interesse da estrutura, ignorando as demais.



Perguntas:

- 1) Quais os capítulos de XYZ ?
- 2) Quais as seções do Cap. 1 ?
- 3)...

Árvores: definição

Uma **árvore enraizada** T , ou simplesmente **árvore**, é um conjunto finito de elementos denominados nós ou vértices tais que:

- $T = \emptyset$, quando a árvore é dita vazia, ou
- $T = \{r\} \cup \{T_1\} \cup \{T_2\} \cup \{T_3\} \cup \dots \cup \{T_n\}$, com $n > 0$

Nesta definição

- r é um nó especial chamado raiz
- Os demais nós são um conjunto vazio ou são conjuntos disjuntos não vazios $T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$, chamados de subárvores de r , cada qual uma árvore.

Note a recursividade da definição.

Árvores: representação

Textualmente, uma sequência aninhada de “{” e “}” pode ser utilizada para representar uma árvore.

As sequências de chaves representam as relações entre os nós da estrutura; o rótulo de cada nó é inserido imediatamente à direita do “{” correspondente.

Exemplos:

$$T_a = \{A\}$$

$$T_b = \{B, \{A\}\}$$

$$T_c = \{D, \{E, \{F\}\}, \{G, \{H, \{I\}\}, \{J, \{K\}, \{L\}\}, \{M\}\}$$

Árvores: representação

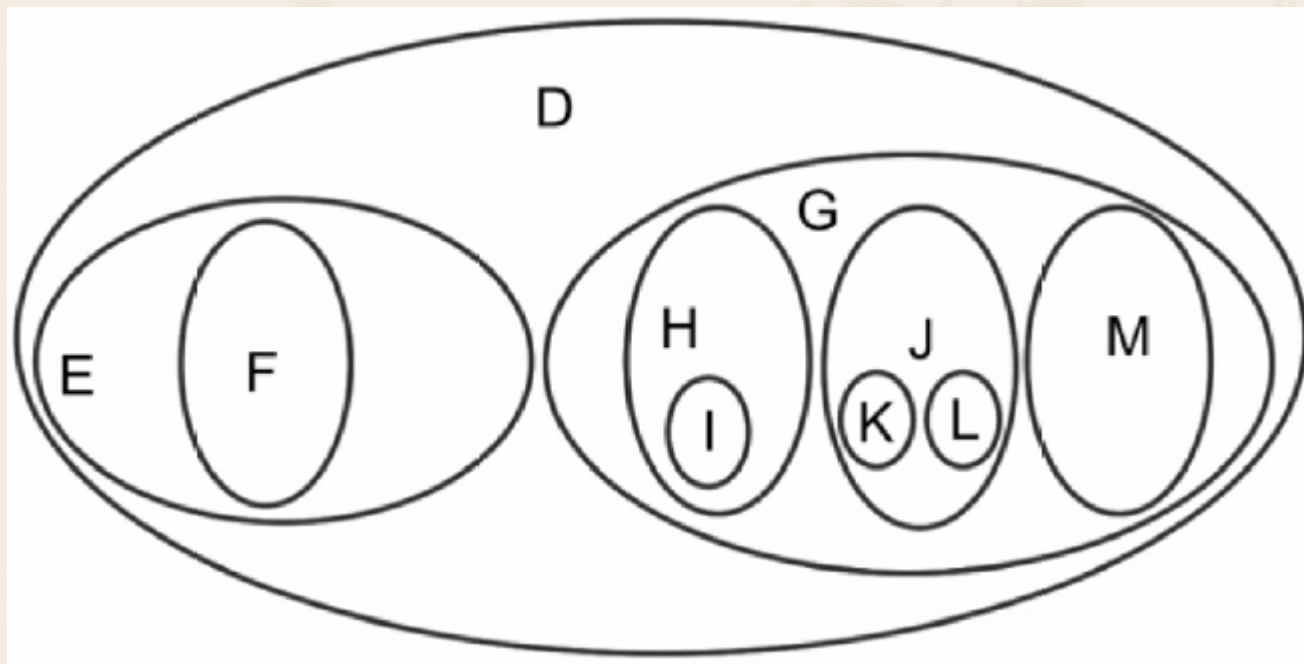
Graficamente, árvores podem ser representadas por:

- Conjuntos aninhados
- Identação
- Grafos

Árvores: representação

Conjuntos aninhados

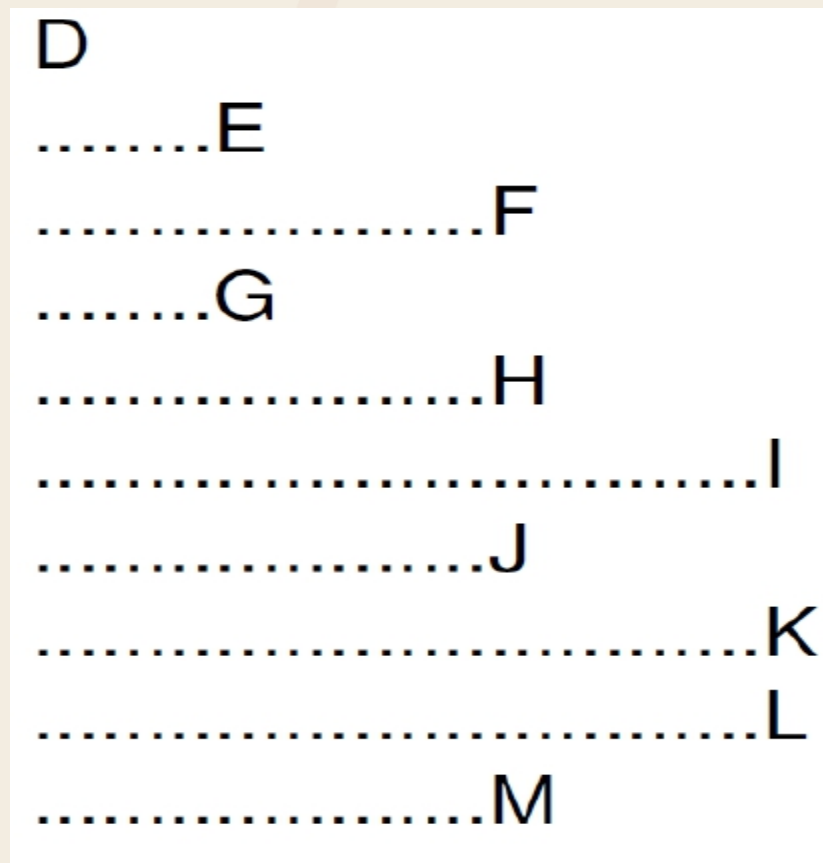
$T_c = \{D, \{E, \{F\}\}, \{G, \{H, \{I\}\}, \{J, \{K, \{L\}\}\}, \{M\}\}$



Árvores: representação

Identação

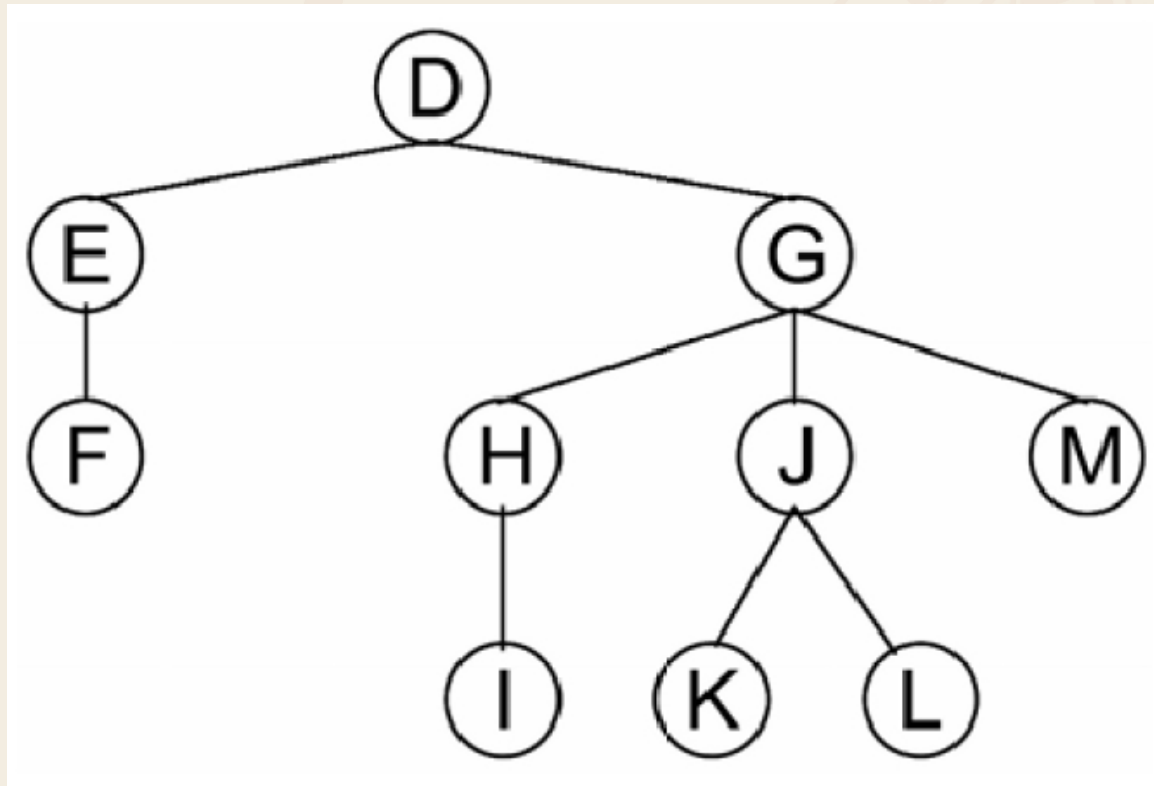
$T_c = \{D, \{E, \{F\}\}, \{G, \{H, \{I\}\}, \{J, \{K\}, \{L\}\}, \{M\}\}$



Árvores: representação

Grafo

$T_c = \{D, \{E, \{F\}\}, \{G, \{H, \{I\}\}, \{J, \{K\}, \{L\}\}, \{M\}\}$



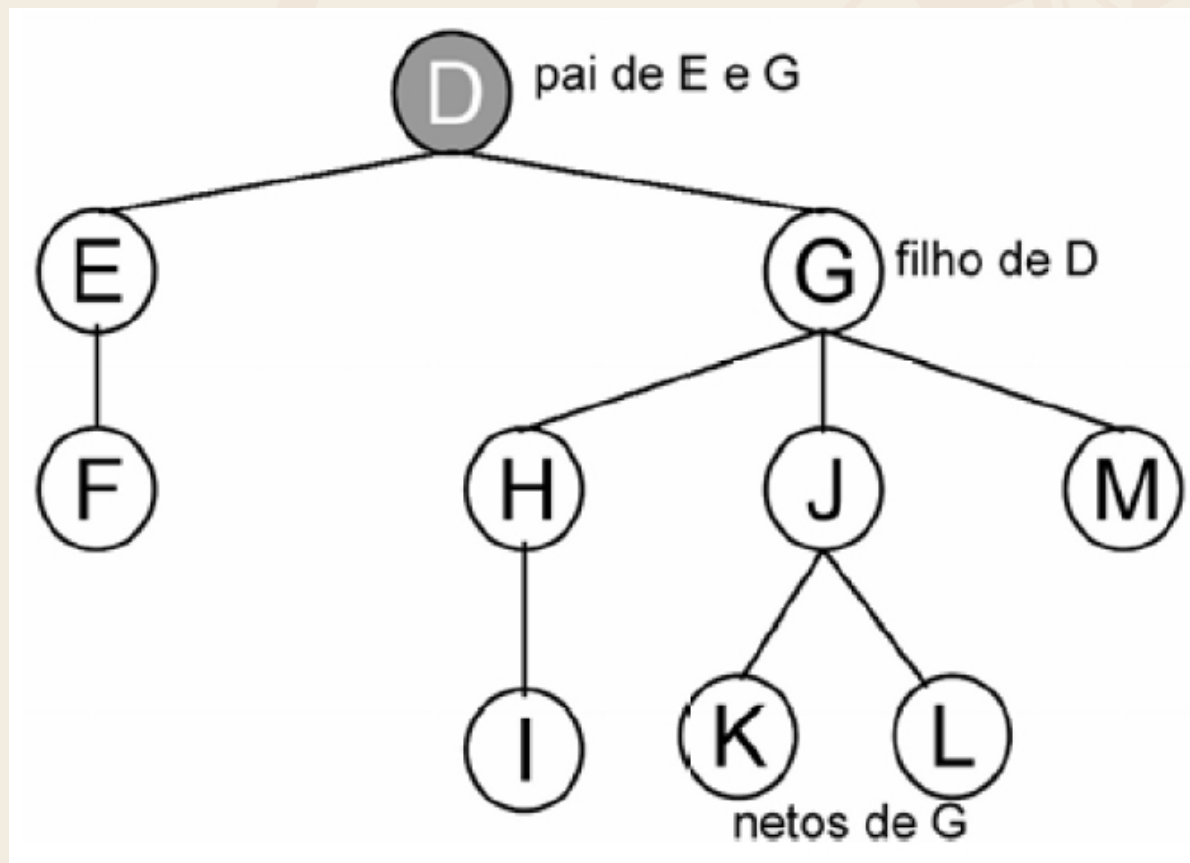
Árvores: terminologia

Dada uma árvore T com raiz r , tem-se as seguintes relações genealógicas:

- Os nós $w_1, w_2, \dots, w_j$ das subárvores de r são chamados de **filhos** de r .
- O nó r é chamado de **pai** de $w_1, w_2, \dots, w_j$
- Os nós $w_1, w_2, \dots, w_j$ são ditos **irmãos**
- Se o nó z é filho de w_1 , então w_2 é **tio** de z e r é **avô** de z e z é **neto** de r .

Árvores: terminologia

Considerando a árvore T_c anteriormente definida:



Árvores: terminologia

Grau de saída, folha, descendente e ancestral

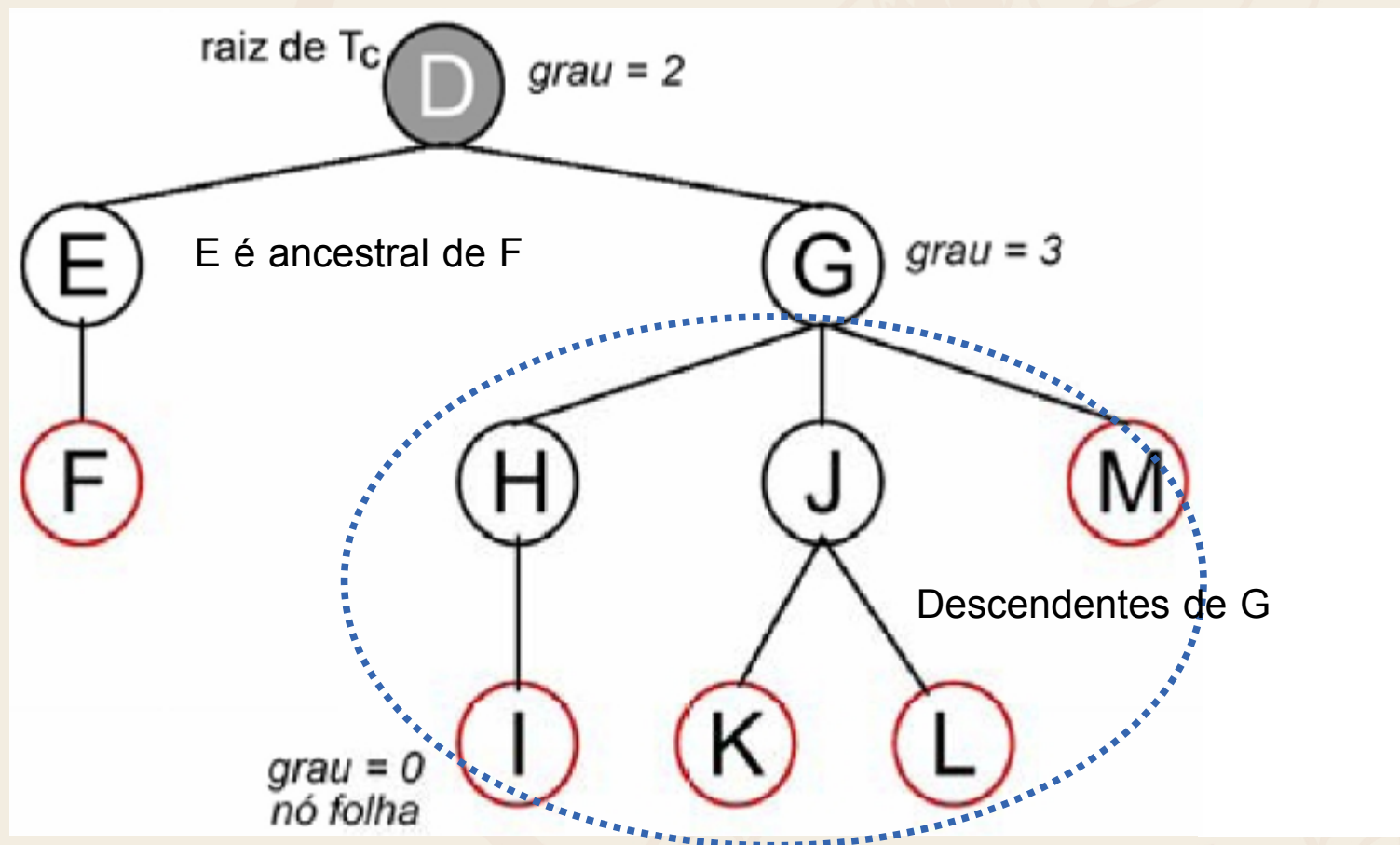
O número de filhos de um nó é chamado de grau desse nó

- O grau de uma árvore é o máximo entre os graus de seus nós
- Nós com grau zero são ditos folhas

Se o nó x pertence à subárvore do nó v , então x é descendente de v e v é ancestral de x

Árvores: terminologia

Considerando a árvore T_c anteriormente definida:



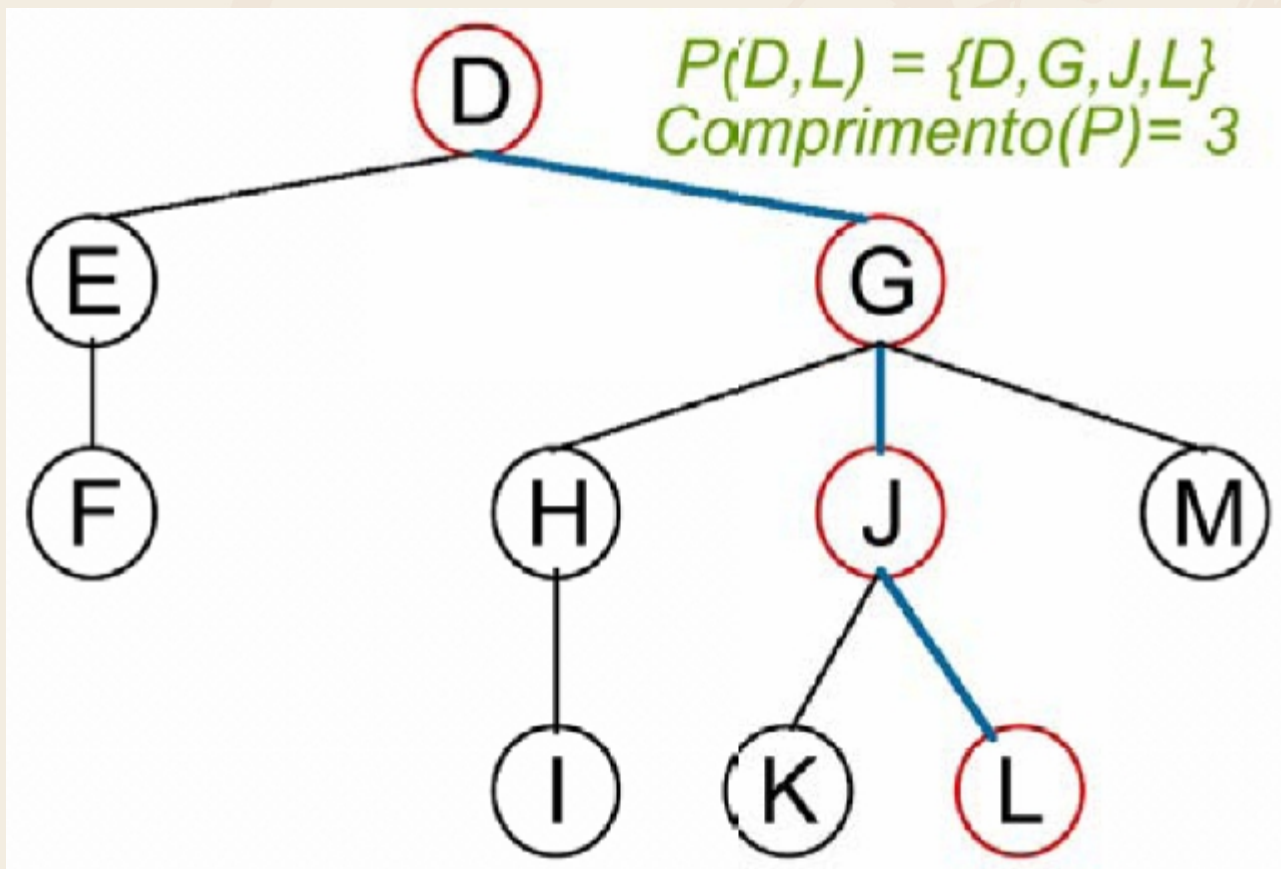
Árvores: terminologia

Caminho e comprimento do caminho

- Uma sequência de nós distintos $w_1, w_2, \dots, w_j$, tal que existe sempre entre nós consecutivos a relação “é filho de” ou é “pai de”, é denominada um **caminho** na árvore: diz-se que w_1 alcança w_j e que w_j é alcançado por w_1 .
- Um caminho de k vértices é obtido pela sequência de $k-1$ pares; o valor $k-1$ é o **comprimento do caminho**

Árvores: terminologia

Considerando a árvore T_c anteriormente definida:



Árvores: terminologia

Nível (ou profundidade) e altura de um nó e da árvore

O **nível** de um nó é o tamanho do caminho entre a raiz da árvore até esse nó

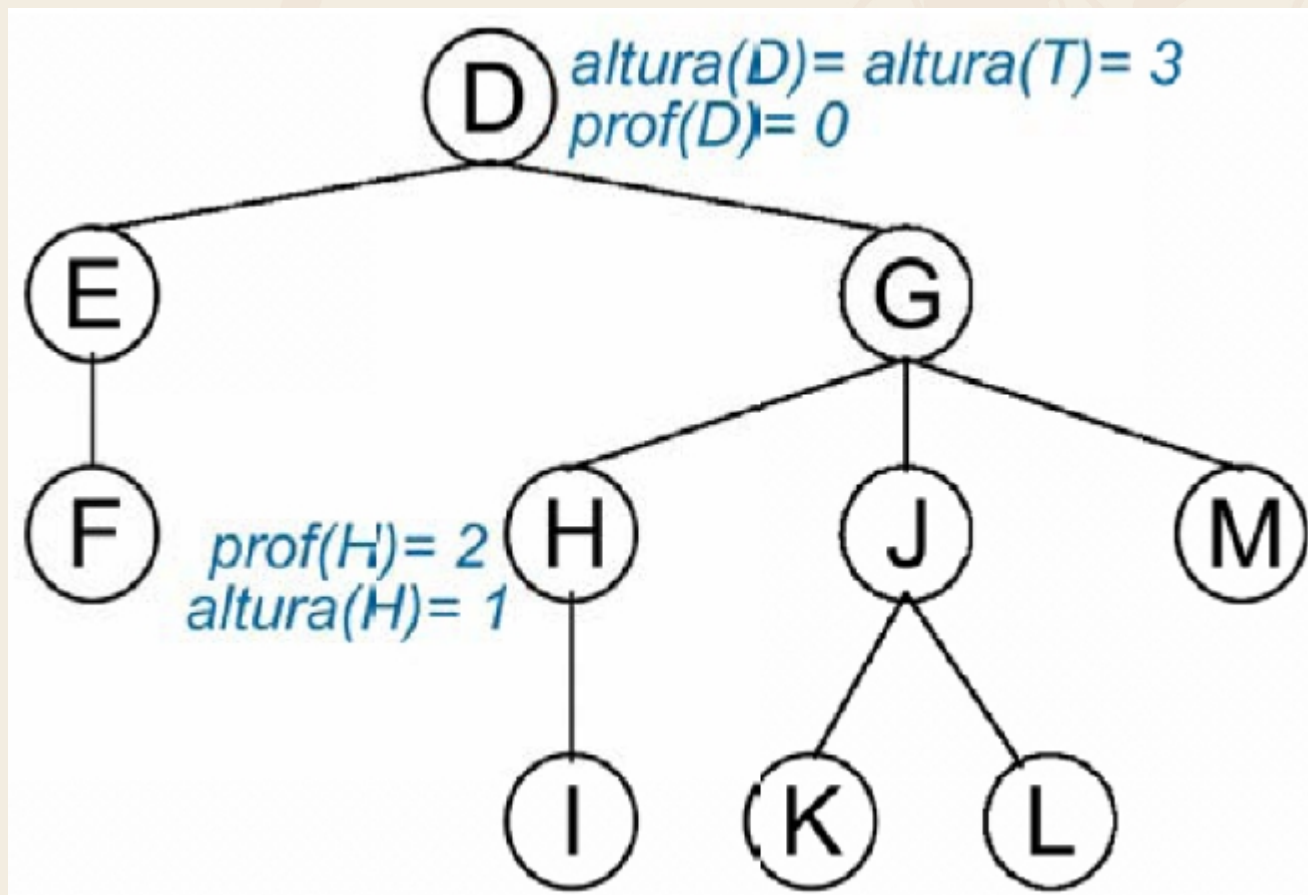
- A raiz tem nível 0

A **altura** de um nó é o tamanho do maior caminho entre este nó e uma folha descendente desse nó

- As folhas tem altura 0
- A altura da raiz equivale à altura da árvore

Árvores: terminologia

Considerando a árvore T_c anteriormente definida:



Árvores: exercícios

Considere as seguintes árvores:

$$T_1 = \{a, \{b, \{c, \{d\}\}, \{e, \{f\}, \{g\}\}\}, \{h, \{i\}\}\}$$

$$T_2 = \{2, \{1\}, \{3\}\}$$

$$T_3 = \{4, \{2, \{1\}, \{3\}\}, \{6, \{5\}, \{7\}\}\}$$

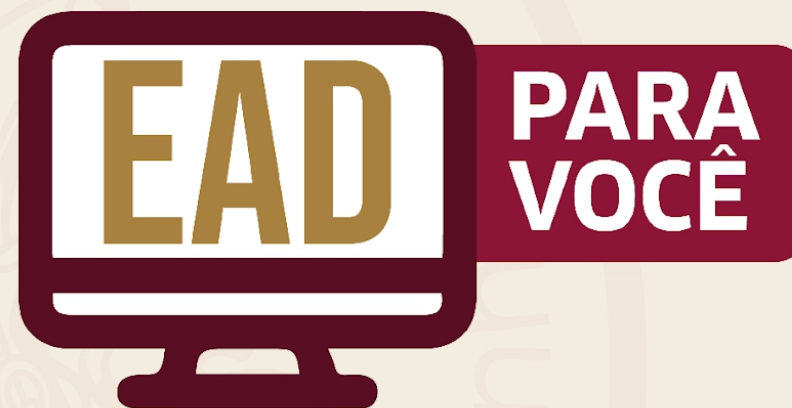
Pede-se que:

- Obtenha as representações por conjunto, identificação e grafos das estruturas
- Encontre grau, altura e profundidade de cada nó
- Exercite os conceitos vistos na Seção Terminologia



dted

DIRETORIA DE TECNOLOGIAS
NA EDUCAÇÃO



www.eadparavc.dinte.ufma.br

 @ufma.eadparavoce